GUÍA DE EJERCICIOS #8

MA - 1111

I.- Determinar si las siguientes funciones satisfacen las hipótesis del Teorema del Valor Medio en el intervalo indicado y, en caso afirmativo, hallar los valores que puede tomar c.

$$(1) f(x) = 3\sqrt{x} - 4x \; ; \; [1,4]$$

(1)
$$f(x) = 3\sqrt{x} - 4x$$
; [1,4] (2) $f(x) = x + \frac{1}{x}$; $\left[-1, \frac{1}{2}\right]$

(3)
$$f(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{3+x^2}$$
; [-1,1] (4) $f(x) = x + \frac{1}{x}$; [1,2]

(4)
$$f(x) = x + \frac{1}{x}$$
; [1,2]

II.- Demostrar que la ecuación $6x^5 + 13x + 1 = 0$ tiene exactamente una raíz real.

III.- Sea $f(x) = mx^2 + nx + p$ con $m \ne 0$. Demostrar que el valor de c del Teorema del Valor Medio para f en el intervalo [a, b] es el punto medio del intervalo [a, b].

IV.- Demostrar la siguiente desigualdad usando el Teorema del Valor Medio:

$$\arctan y - \arctan x \le y - x$$

V.- Calcular los siguientes límites:

(1)
$$\lim_{x \to 1} \frac{x^2 + 3x - 4}{x - 1}$$
 (2) $\lim_{x \to -1} \frac{x^6 - 1}{x^4 - 1}$ (3) $\lim_{x \to \pi} \frac{5 \operatorname{sen}^2 x}{1 + \cos x}$

(2)
$$\lim_{x \to -1} \frac{x^6 - 1}{x^4 - 1}$$

(3)
$$\lim_{x\to\pi} \frac{5\sin^2 x}{1+\cos x}$$

$$(4) \lim_{x \to 0} \left(\csc x - \frac{1}{x} \right)$$

(4)
$$\lim_{x\to 0} \left(\csc x - \frac{1}{x}\right)$$
 (5) $\lim_{x\to 0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{\cos 3x}{x^2}\right)$ (6) $\lim_{x\to 0} \frac{x - \tan x}{2\sin^2 x}$

(6)
$$\lim_{x\to 0} \frac{x-\tan x}{2\sin^2 x}$$

(7)
$$\lim_{x\to 0} x \tan\left(\frac{5}{x}\right)$$

(7)
$$\lim_{x\to 0} x \tan\left(\frac{5}{x}\right)$$
 (8) $\lim_{x\to 0} x \left(\arctan x - \frac{\pi}{2}\right)$ (9) $\lim_{x\to \infty} x^2 \sec^2\left(\frac{2}{x}\right)$

$$(9) \lim_{x \to \infty} x^2 \operatorname{sen}^2 \left(\frac{2}{x}\right)$$

VI.- Determinar las asíntotas verticales, horizontales y oblicuas de las siguientes funciones:

$$(1) f(x) = \frac{x+1}{x}$$

(2)
$$f(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$$

(2)
$$f(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$$
 (3) $f(x) = \frac{x^4}{x^3 - 4}$

$$(4) f(x) = \frac{x^2 - 3x - 4}{1 + 4x + 4x^2}$$

$$(5) f(x) = 1 - \frac{2}{x^2}$$

$$(6) f(x) = \frac{x^4 + 1}{1 - x^4}$$

$$(5) f(x) = 1 - \frac{2}{x^2}$$

(6)
$$f(x) = \frac{x^4 + 1}{1 - x^4}$$

VII.- Hacer el bosquejo de una gráfica de una función continua f si se sabe que D_f = $(0, +\infty)$, f(2) = 2, f(4) = 6, f'(2) = f'(4) = 0, f'(x) < 0 para x < 2, f'(x) > 0 para 2 < x < 4, f tenga un máximo relativo en x = 4 y $\lim_{x \to \infty} f(x) = 0$.

VIII.- Hacer el bosquejo de la gráfica de una función continua f tal que f(1) = 1, f'(1) = 0y f''(x) < 0 para toda x.

IX.- Hacer el bosquejo de la gráfica de una función continua f tal que f(3) = 4, tanto f'(x) > 0 como f''(x) > 0 para x < 3, y tanto f'(x) < 0 como f''(x) > 0 para x > 3.

X.- Para las siguientes funciones, hallar:

- (a) Dominio
- (b) Puntos de intersección con los ejes coordenados
- (c) Asíntotas (verticales, oblicuas y horizontales)
- (d) Intervalos de crecimiento e intervalos de decrecimiento
- (e) Máximos y mínimos relativos y absolutos
- (f) Intervalos donde la función es cóncava hacia arriba e intervalos donde es cóncava hacia abajo
- (g) Puntos de inflexión
- (h) La gráfica de y = f(x)

$$(1) f(x) = \frac{x+1}{x}$$

(2)
$$f(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$$

(2)
$$f(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$$
 (3) $f(x) = \frac{x^4}{x^3 - 4}$

(4)
$$f(x) = \frac{2+x-x^2}{(x-1)^2}$$
 (5) $f(x) = \frac{2x^3}{x^2-4}$ (6) $f(x) = \frac{x^3}{x^2+1}$

$$(5) f(x) = \frac{2x^3}{x^2 - 4}$$

(6)
$$f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 1}$$

(7)
$$f(x) = \frac{1+x^2}{1-x^2}$$

(8)
$$f(x) = \frac{x-3}{(x-2)^2}$$

(7)
$$f(x) = \frac{1+x^2}{1-x^2}$$
 (8) $f(x) = \frac{x-3}{(x-2)^2}$ (9) $f(x) = \frac{x^2}{(x+1)^2}$

$$(10) f(x) = \frac{x^3 - x^2 - 4}{x^2}$$

$$(11) f(x) = x + \frac{1}{x+1}$$

$$(12) f(x) = x^{2/3} (x-1)$$

$$(11) f(x) = x + \frac{1}{x+1}$$

$$(12) f(x) = x^{2/3}(x-1)$$