Ejercicio 3 de Funciones

Isaac Vera

5 de octubre de 2017

Parcial Septiembre-Diciembre 1994 11B1 (Ejercicio 2, 6/30 puntos)

Dada la función:

$$f(x) = |(x-2)^3|$$

a) Halle: Dominio, Rango, corte con los ejes y simetrías. (4 puntos)

b) Bosqueje la gráfica f. (2 puntos)

Solución:

$$f(x) = |(x-2)^3| = |(x-2)^2(x-2)| = |(x-2)^2||(x-2)| = (x-2)^2|x-2|$$

$$|x-2| = \begin{cases} x-2 & \text{si} \quad x \geq 2 \\ -(x-2) & \text{si} \quad x < 2 \end{cases}$$

Caso 1: $x \geq 2$

$$f(x) = (x-2)^2(x-2) = (x-2)^3$$

Caso 2: $x < 2$

$$f(x) = (x-2)^2[-(x-2)] = -(x-2)^3$$

Por lo tanto, se tiene que:

$$f(x) = \begin{cases} (x-2)^3 & \text{si} \quad x \geq 2 \\ -(x-2)^3 & \text{si} \quad x < 2 \end{cases}$$

$f(x)$ es una función polinómica tanto para $x \geq 2$, como para $x < 2$, sin problemas en el denominador, por lo tanto es una función continua en todos los reales:

$$Dom_{f(x)} = \mathbb{R}$$

Como f(x) es una función de valor absoluto de la forma:

$$f(x) = |g(x) - b| + a$$

Donde a y b son constantes. En un caso general, $f(x)$ tendrá un rango mayor o igual que a hasta el infinito. En este caso $a = 0$, por lo tanto:

$$Rgo_{f(x)} = [0, \infty) = \mathbb{R}^+$$

Si no se entendió el procedimiento anterior para determinar el rango, basta con realizar el bosquejo de la función y visualizarlo (parte b).

Puntos de corte:

Si $x = 0 \Rightarrow f(0) = |(0-2)^3| = |(-2)^3| = |-8| = 8$

Si $f(x) = 0 \Rightarrow 0 = (x-2)^3 \Rightarrow \sqrt{((x-2)^3)^2} = 0 \Rightarrow x = 2$

Por lo tanto, los puntos de corte con los ejes son $(0, 8)$ y $(2, 0)$.

Bosquejo (parte b):

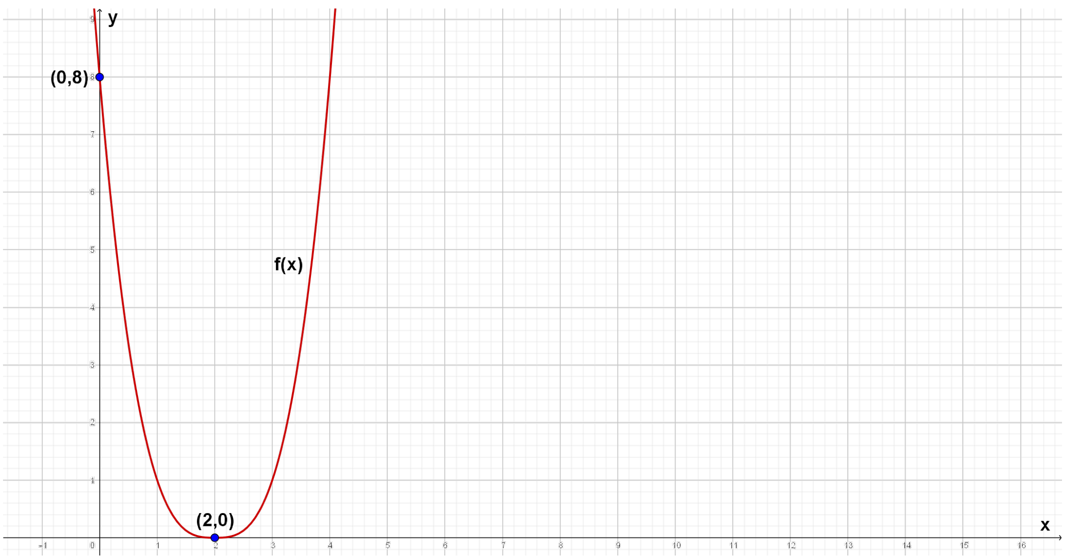

Figura 1: $f(x) = |(x-2)^3|$

Se puede observar en la gráfica que hay simetría para $x = 2$.