Ejercicio 3 de Plano Cartesiano

Isaac Vera

16 de septiembre de 2017

Parcial Enero-Marzo 2001 (Ejercicio 2, 7/30 puntos)

Sea L la recta que pasa por $(1,2)$ perpendicular a $y - x - 2 = 0$. Se C la circunferencia de centro $(3,3)$ y radio $\sqrt{5}$. Halle la intersección entre L y C.

Solución: se nombra a la recta perpendicular "L_2" y se reescribe de la forma:

$$L_2 : y = x + 2$$

La pendiente de la recta L_2 es el número que acompaña a la x, en este caso $m_{L_2} = 1$. Como $L_2 \perp L_1$, entonces se cumple que:

$$m_L = -\frac{1}{m_{L_2}} = -\frac{1}{1} = -1$$

Como L pasa por el punto $(1,2)$, se tiene:

$$L : (y - y_0) = m_L(x - x_0) \quad \Rightarrow \quad L : (y-2) = (-1)(x-1) \quad \Rightarrow \quad L : y = -x+3$$

Se escribe la ecuación de la circunferencia de radio $\sqrt{5}$ centrada en $(3,3)$:

$$C : (x-3)^2 + (y-3)^2 = 5$$

Para hallar $L \cap C$ (intersección), se sustituye la ecuación L en la ecuación C:

$$\Rightarrow \quad (x-3)^2 + ((-x+3)-3)^2 = 5 \quad \Rightarrow \quad x^2 - 6x + 9 + x^2 = 5$$

$$\Rightarrow \quad 2x^2 - 6x + 4 = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 - 3x + 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad (x-1)(x-2) = 0$$

Por lo tanto, los valores de x que satisfacen la ecuación son $x = 1$ y $x = 2$. Para encontrar las coordenada y correspondiente de cada punto basta con sustituir el valor de x en la ecuación de C o L.

$$\text{Para x=1} \quad \Rightarrow \quad y = (-1) + 3 = 2$$
$$\text{Para x=2} \quad \Rightarrow \quad y = (-2) + 3 = 1$$

Por lo tanto, los puntos de intersección son $P_1 = (1, 2)$ y $P_2 = (2, 1)$. • Extra: Gráfica.

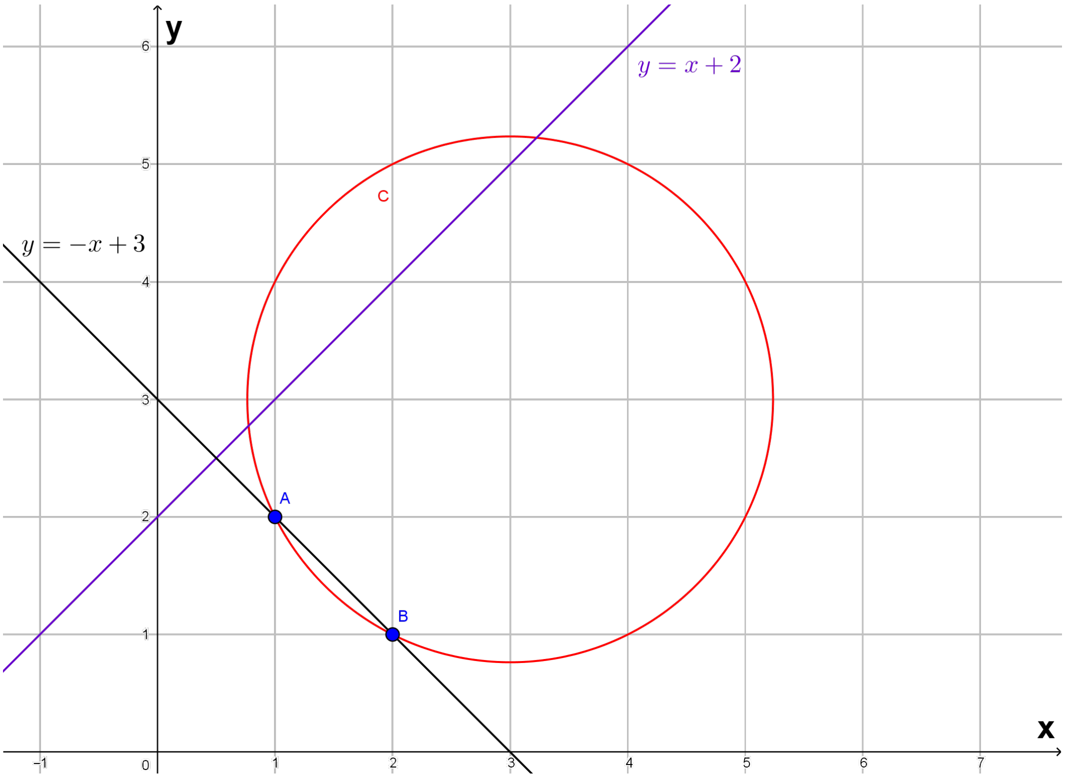

Figura 1: Rectas y Circunferencia